

1.  $f(x) = x^3 - 3pqx + (p^3 + q^3)$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $p$  හා  $q$  යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.  $(x + p + q)$  යනු  $f(x)$  හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

2.  $f(x) = ax^4 + bx^3 + 3x^2 - 2x + 3$  ශ්‍රිතය  $x^2 - 3x + 2$  න් බෙදූ විට ශේෂය  $2x - 1$  වේ.  $a$  හා  $b$  සොයන්න.

3.  $f(x) = (\lambda - x)^4 + (x - 1)^4 - (\lambda - 1)^4$  ශ්‍රිතය  $(x - 1)(x - \lambda)$  මගින් හරියටම බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

4. සුදුසු ආදේශයක් යොදා  $\frac{x^2}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)}$  භින්න භාග වෙන් කරන්න.



7.  $\cos 4\theta = -\sin \theta$  හි සාධාරණ විසඳුම ලබා ගන්න.

8.  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{3}{4}$  ද  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{12}{5}$  වේ. එමඟින්  $\tan 2\alpha$  ලබා ගන්න.



## B කොටස

මෙහි ප්‍රශ්න හතරකට පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $3x^3 + \lambda x^2 + x - 2$  හි  $(x-2)$  සාධකයක් වන පරිදි  $\lambda$  හි අගය සොයා  $\lambda$  හි එම අගය සඳහා  $3x^3 + \lambda x^2 + x - 2 = 0$  සමීකරණයට එක් තාත්ත්වික මූලයක් පමණක් ඇති බව අපෝහනය කරන්න.

(b)  $f(x) \equiv x^4 + ax^3 + bx^2 - 3x - 2$  බහු පදයෙහි  $x-2$  සහ  $x+1$  සාධක වේ.  $a$  සහ  $b$  සොයා ඉතිරි සාධක සොයන්න.

(c) ශේෂ ප්‍රමේය භාවිතයෙන්  $(x-a-b-c)$  යනු  $(x-a)(x-b)(x-c) - (b+c)(c+a)(a+b)$  හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

එනමින් හෝ අන්ත්‍රමයකින් හෝ  $(x-2)(x+3)(x+1) - 4 = 0$  සමීකරණය විසඳන්න.

12. (a)  $f(x) \equiv x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  ලෙස දී ඇත.

(i)  $(x-1)$  හෝ  $(x+1)$  යන්න  $f(x)$  හි සාධකයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

(ii)  $f(x)$  යන්න  $(x^2-1)$  න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(iii)  $f(x)$  යන්න  $(x^2+1)$  න් බෙදූ විට ශේෂය 2 බව පෙන්වා එහෙයින්  $f(x)-2$  හි සාධක සොයන්න.

(b)  $a, b$  යනු ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා නම්  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  බව පෙන්වන්න.  $p^2 + q^2 = r^2$  නම්

$$\frac{1}{\log_{r-q} p} + \frac{1}{\log_{r+q} p} = 2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

13. (a)  $f(x) = x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$  ශ්‍රිතය  $(x+1)$  න් හා  $(x^2-x)$  න් බෙදූ විට ශේෂ පිළිවෙලින් 2 හා  $(x+2)$  වේ.  $\beta, \gamma$  හා  $\delta$  වල අගයන් සොයන්න.

(b)  $f(x)$  යනු 3 වන මාත්‍රයේ බහුපදයකි.  $f(x)$  බහුපදය  $x^2+1$  න් බෙදූ විට ශේෂය  $7x-1$  වේ. තවද  $f(x)$  හි  $(x-3)$  සාධකයකි. එමෙන්ම  $f(x)$  බහු පදය  $(x+1)$  න් බෙදූ විට ශේෂය  $-20$  වේ.  $f(x)$  බහුපදය සොයන්න.

(c)  $f(x)$  සහ  $g(x)$  වූකලී  $3x^2 + x - 2$  මගින්  $f(x)$  බෙදූ විට ශේෂය  $2x+1$  ද  $x^2-1$  මගින්  $g(x)$  බෙදූ විට ශේෂය  $x+2$  වන බහු පද දෙකකි.  $f(x)+g(x)$  බහු පදයේ ඒකජ සාධකයක් සොයන්න. එකී ඒකජ සාධකයෙන්  $f(x)g(x)$  බෙදූ විට ශේෂය  $-1$  බව ලබා ගන්න.

14. (a)  $2\cos^2 x - 2\cos^2 2x = \cos 2x - \cos 4x$  බව පෙන්වන්න.

**චනයින්**  $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$  බව ලබා ගන්න.

(b)  $A, B, C$  යනු ත්‍රිකෝණයක කෝණ නම්

$\tan(A+B-C) + \tan(B+C-A) + \tan(C+A-B) = \tan(A+B-C)\tan(B+C-A)\tan(C+A-B)$  බව පෙන්වන්න.

(c)  $\sin 2x = 2\sin x \cos x$  බව පෙන්වන්න. **චනයින්**  $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin 2x$  බව ලබා ගන්න.

$4 - 4(\cos x - \sin x) - \sin 2x = 0$  විසඳන්න.

15. (a)  $\tan \theta + \sec \theta = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$  බව පෙන්වන්න. **චනයින්**  $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  ලබා ගන්න.

(b)  $\sin 3\theta$  හා  $\cos 3\theta$  සඳහා සූත්‍ර ලියා දක්වන්න.

**චනයින්**  $\tan 3\theta = \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$  බව ලබා ගන්න.

මෙහි  $x = \tan \theta$  වේ.

$0 \leq \theta \leq \pi$  දී  $\tan 3\theta - 1 = 0$  හි විසඳුම් ලබාගන්න. **චනයින්**  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$  සමීකරණයෙහි ප්‍රතිනිත මූල තුන ලබා ගන්න. තවද  $\tan \frac{5\pi}{12}$  හි අගය කරණයක් ලෙස ලබාගන්න.

(c)  $\cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 6\theta + 1 = 4\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta$  බව ලබා ගන්න.

**චනයින්**  $4\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta - 1 = 0$  සමීකරණය විසඳන්න.

16. (a)  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  සඳහා  $2\cos^2 \theta + 10\sin^2 \theta + 6\sin \theta \cos \theta = 1$  සමීකරණය විසඳන්න.

(b)  $\cos \theta \cos(60 - \theta) \cos(60 + \theta) = \frac{1}{4} \cos 3\theta$  බව පෙන්වන්න.

**චනයින්**  $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$  බව අපෝහනය කරන්න.

(c)  $\sin 3\theta = 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta$  බව පෙන්වන්න.  $\theta = 18^\circ$  නම්  $\sin 2\theta = \cos 3\theta$  බව පෙන්වන්න. **චනයින්**

$\sin 18^\circ - \cos 36^\circ = -\frac{1}{2}$  බව ලබා ගන්න.